

El Enigma de las Tres Puertas



Cómo un programa de TV de los 90 humilló a miles de matemáticos (El Problema de Monty Hall).



La Mujer con el IQ de 228

Coeficiente Intelectual (IQ) **228**
Récord Mundial:

- **La Protagonista:** Marilyn vos Savant, famosa por su columna dominical en la revista *Parade*.
- **El Trabajo:** Los lectores le enviaban los acertijos lógicos y matemáticos más imposibles del mundo para que ella los resolviera. Hasta que un lector le envió un problema sobre el programa de TV *Let's Make a Deal*.

La Solución de Marilyn:

Siempre debes
cambiar de puerta.
Tus probabilidades
de ganar se duplican
del 33% al 66%.

La Furia del Establishment

Recibió **10.000** cartas furiosas.
¡1.000 de ellas escritas por
Doctores en Matemática y Física!

“

¡Usted es la cabra! Dos puertas significan un 50% de probabilidad para cada una. ¿Cómo puede tener un IQ tan alto y equivocarse en algo tan básico? – Dr. Robert Sachs, Universidad de George Mason.

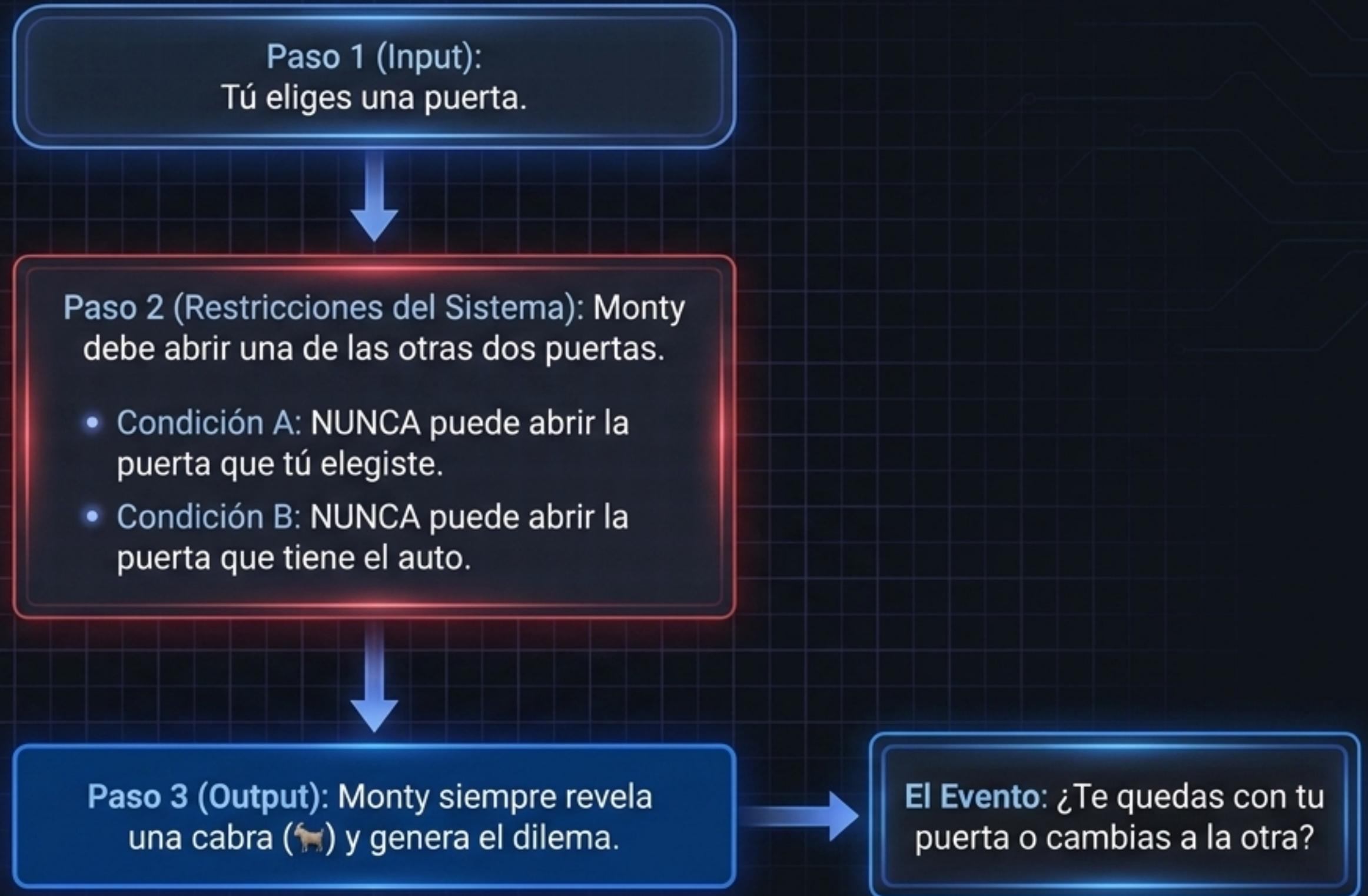
(Incluso el legendario matemático Paul Erdős dijo que la respuesta de Marilyn era físicamente imposible.)

La Escena del Crimen (Let's Make a Deal)

- **Presentador:** Monty Hall.
- **Espacio Muestral:** 3 puertas disjuntas (P_1 , P_2 , P_3).
- **Los Premios:** 1 Auto Deportivo (🚗), 2 Cabras (🐐, 🐐).
- **Distribución Uniforme:** El auto se coloca de manera aleatoria.

$$P(\text{Auto en } P_1) = P(\text{Auto en } P_2) = P(\text{Auto en } P_3) = \frac{1}{3}$$

El Algoritmo de Monty



La Falacia del 50/50



La trampa mental: Quedan 2 puertas cerradas -> 1 auto -> Probabilidad del 50% para cada una.

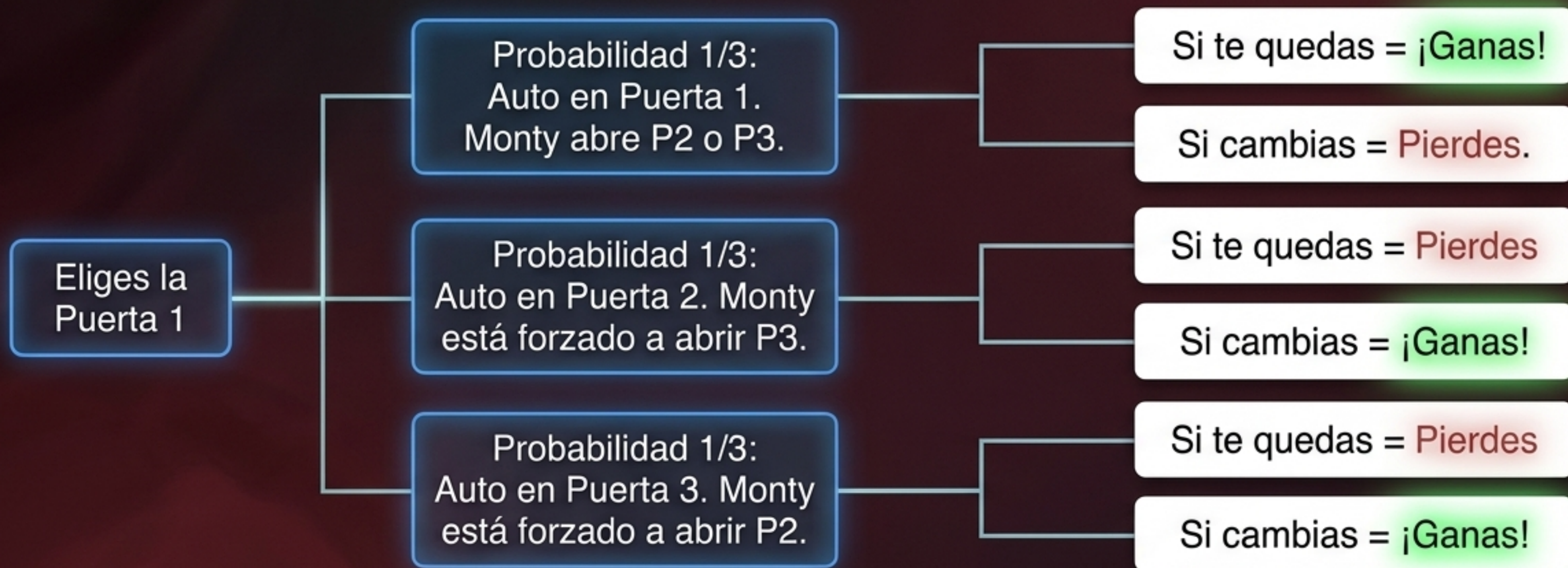


¿Por qué colapsa esta lógica?: Porque asume que la apertura de la puerta por parte de de Monty fue un evento aleatorio e independiente.



La Realidad: La acción de Monty no es independiente. Está **condicionada** de manera asimétrica por tu elección inicial y por la ubicación real del auto.

Mapeando el Espacio Muestral



En 2 de los 3 universos posibles, Monty se ve obligado a mostrarte la puerta ganadora si decides cambiar.

Demostración Frecuentista: 300 Partidas en el Espacio

Simulación donde tú siempre eliges la Puerta 1 al iniciar.

Ubicación	Abre Monty	Resultado QUEDARSE	Resultado CAMBIAR
Auto en P1 (100 veces)	Abre P2 o P3	100 Autos	100 Cabras
Auto en P2 (100 veces)	Forzado a abrir P3	100 Cabras	100 Autos
Auto en P3 (100 veces)	Forzado a abrir P2	100 Cabras	100 Autos

Probabilidad Quedarse
33.3% (1/3)

Probabilidad Cambiar
66.6% (2/3)

El Rigor Absoluto: Maquinaria Bayesiana

Definición de eventos con precisión quirúrgica:

- C_i : El auto está en la puerta i (para $i \in \{1,2,3\}$).
- H_j : Monty abre la puerta j (para $j \in \{1,2,3\}$).

Probabilidades a priori (Antes de que Monty hable):

$$P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = \frac{1}{3}$$

El Escenario Actual: Elegiste la Puerta 1. Monty abre la **Puerta 3** (H_3).
Queremos calcular la probabilidad a posteriori de C_1 vs C_2 .

Bayes Paso 1: Las Verosimilitudes (Likelihoods)

Caso A: Auto en P_1 (C_1)

Tienes el auto. Monty elige entre dos cabras libremente.

$$P(H_3|C_1) = \frac{1}{2}$$

Caso B: Auto en P_2 (C_2)

Monty no puede abrir tu puerta ni la del auto. Está forzado.

$$P(H_3|C_2) = 1$$

Caso C: Auto en P_3 (C_3)

Monty no puede revelar el auto. Es imposible que abra la 3.

$$P(H_3|C_3) = 0$$

Bayes Paso 2: Probabilidad Total

¿Cuál es la probabilidad total de que Monty abra la Puerta 3?

$$P(H_3) = P(H_3|C_1)P(C_1) + P(H_3|C_2)P(C_2) + P(H_3|C_3)P(C_3)$$

Reemplazando los valores:

$$P(H_3) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(1 \cdot \frac{1}{3}\right) + \left(0 \cdot \frac{1}{3}\right)$$

$$P(H_3) = \frac{1}{6} + \frac{2}{6} + 0$$

$$P(H_3) = 1/2$$

Bayes Paso 3: El Veredicto Matemático

QUEDARSE

$$P(C_1|H_3) = \frac{P(H_3|C_1)P(C_1)}{P(H_3)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}$$

Resultado: = 1/3 (33.3%)

CAMBIAR

$$P(C_2|H_3) = \frac{P(H_3|C_2)P(C_2)}{P(H_3)} = \frac{1 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}$$

Resultado: = 2/3 (66.6%)

¡Marilyn tenía razón! Cambiar duplica tus probabilidades.
Los doctores tuvieron que pedir disculpas públicas.

Síntesis: La Generalización Cósmica





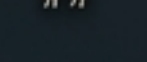
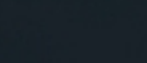


- Imagina **1.000.000** de puertas en el espacio. Solo una esconde la nave Voyager; el resto son asteroides.
- Eliges la Puerta 1. Tu probabilidad de acierto inicial: **0.0001%**.
- Monty, que sabe todo, abre **999.998** puertas revelando asteroides.
- Solo quedan tu Puerta 1 y la Puerta **742.911**.

¿Cambias? Por supuesto. Al cambiar, transfieres el **99.9999%** de la probabilidad restante a la única puerta que el presentador decidió 'salvar'.

Reto Final: El Desafío de las 4 Puertas



Las Nuevas Reglas para Luka

- 🚗 • **Escenario:** 4 Puertas (1 auto, 3 cabras).    
- 👉 • **Acción:** Eliges 1 puerta.
- 👤 • **La Trampa:** Monty abre **SOLO UNA** puerta con una cabra. Te ofrece quedarte o   cambiar a una de las dos puertas restantes de forma equiprobable.

El Desafío Bayesiano

1. ¿Cuál es la probabilidad si te **quedas**?
2. ¿Cuál es la probabilidad si **cambias**?
3. ¿Segue siendo mejor negocio **cambiar**?

¡Demuestra tu lógica bayesiana en tu cuaderno de órbita!